الموضوع رقم : **06**

التمرين الأول:

من أجل كل عدد مركب يختلف عن $-1+i$، نضع: $f(z)=\dfrac{2z-i}{z+1-i}$ حيث $z=x+iy$.

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم ومتعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $-1+i$، $\frac{1}{2}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}i$.

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f\left(\bar{z}\right)=-2$.

2- حدد $\operatorname{Re}\left(f(z)\right)$ و $\operatorname{Im}(f(z))$ بدلالة x و y.

3- حدد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون: $f(z)$ حقيقيا.

4- حدد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون: $\left|f(z)\right|=2$.

5- بين أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم في النقطة C.

التمرين الثاني:

1. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ كما يأتي: $f(x)=\ln(x+1)$.
بين أن f متزايدة تماما.

2. (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يأتي: $\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=\ln(1+u_n) \end{cases}$.
برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>0$.

3. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ كما يأتي: $g(x)=\ln(x+1)-x$.
ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم حدد إشارة $g\left(x\right)$. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة.

4. بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

التمرين الثالث:

أ) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي : $h(x)=(x-1)e^{-x}+2$.

1. ادرس تغيرات الدالة h.
2. بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-0.38;-0.37\right[$.
3. استنتج إشارة $h(x)$.

ب) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$).

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=h(x)$.
2. ادرس تغيرات الدالة f.

3. بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y = 2x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

4. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف.

6. بين أن: $f(\alpha) = \dfrac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$

7. ارسم المستقيم المقارب (d) والمنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \approx -0.375$).

ج) (Δ_β) مستقيم معادلته $y = 2x+\beta$ حيث β عدد حقيقي.

1- عين β حتى يكون (Δ_β) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي β عدد حلول المعادلة التالية: $\dfrac{x}{e^x}+1-\beta = 0$.